CONCURSUL DE MATEMATICA SIMON PETRU 2005

CLASA A V-A

1) Calculati:

a) 1+2+3+…+2005

b) 1*2+2*3+3*4+…+2004*2005

c) $2+2^2+2^3+2^4+\ldots+2^{2005}$

d) $6+66+666+666+\ldots+666\ldots6_{2005\text{cifre de }6}$

2) Paginile unei carti sunt numerotate la rand de la prima la ultima. Huliganul Vasile a rupt din diferite parti ale acestei carti 25 de foi si a adunat numerele celor 50 de pagini rupte. A obtinut 2004. Cand a aflat acest lucru colegul sau Radu a stiut ca Vasile a gresit socoteala. Explicati de ce Radu a avut dreptate.

3) Sa se demonstreze ca nu exista numere naturale care impartite la 15 sa dea restul 5 si impartite la 10 sa dea restul 4.

CLASA A VI-A

1) Comparati numerele:

$$A=\frac{1}{1*2}+\frac{1}{2*3}+\frac{1}{3*4}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n)}$$

$B=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}$, n€N.

2) Pe 22 de cartonase sunt scrise numere naturale de la 1 la 22. Din aceste cartonase se realizeaza 11 fractii. Care este numarul cel mai mare de aceste fractii care pot sa aiba valoare intreaba. Dati exemple si justificati numarul maxim obtinut. Fiecare cartonas este folosit o singura data.

3) consideram unghiul propriu AOB. Cu $m\sphericalangle AOB=n^{O}$. Construim bisectoarea unghiului AOB. Construim apoi bisectoarele celor doua unghiuri formate, dupa care construim bisectoarele celor patru unghiuri formate si asa mai departe pana cand obtinem unghiuri cu masura de 1^{O}. Aflati toate numerele naturale n care fac posibil procedeul de mai sus.

CLASA A VII-A

1) In triunghiul ABC, AM, $M\in BC$ este mediana, BD, $D\in AC$ este bisectoarea unghiului ABC. Aratati ca daca $AM\perp BD$ avem BC=2AB.

2) Fie a,b,c pozitive, astfel incat $a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}=c+\frac{1}{a}$

Aratati ca a=b=c.

3) Sa se rezolve in multimea numerelor intregi ecuatia: $7|x-19|+19|x-7|=2005$.

CLASA A VIII-A

1) Se intersecteaza un triedru, cu varful in O, printr-un plan care intalneste muchiile in A, B, C. Se ia un punct M in planul triunghiului ABC prin care se duc paralelele la muchiile OA, OB, OC pana cand intalnesc fetele OBC, OCA, OAB respectiv in P, Q, R. Notand OA=a, OB=b, OC=c, MP=x, MQ=y, MR=z. Sa se calculeze suma: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}$

2) Sa se determine ca pentru oricare numere a,b,c $\in[0,1]$, avem:
$2(ab+bc+ac)\leq 3abc+a+b+c$

3) aflati minimul expresiei: $F(x,y)=2x^2+2y^2+2xy-6x-6y+32$